

Problemas de Astrofísica Extragaláctica y Cosmología 2012/2013

Problemas para entregar, tanda 2 (entrega 27 de Junio –en el examen–)

1. Las soluciones de la ecuación de Friedmann para un Universo cerrado y uno abierto, ambos dominados por materia y sin energía oscura, pueden obtenerse analíticamente.

a) Demostrar que las siguientes parametrizaciones del factor de escala y del tiempo son soluciones de la ecuación de Friedmann para un Universo cerrado y uno abierto.

$$a_{k>0} = \frac{4\pi G \rho_0}{3k c^2} (1 - \cos x) \quad t_{k>0} = \frac{4\pi G \rho_0}{3k^{3/2} c^3} (x - \sin x)$$

$$a_{k<0} = \frac{4\pi G \rho_0}{3|k| c^2} (\cosh x - 1) \quad t_{k<0} = \frac{4\pi G \rho_0}{3|k|^{3/2} c^3} (\sinh x - x)$$

b) Expresar las cuatro relaciones anteriores en función de los parámetros Ω_0 y H_0 .

c) Hacer un gráfico del tiempo y del factor de escala en función del parámetro x , y del factor de escala en función del tiempo, comparando los dos tipos de Universo. Considerar para ello un Universo cerrado y uno abierto solo por un 1% en densidad, y expresar el tiempo en unidades del tiempo de Hubble. Comentar el resultado.

d) Calcular la expresión para la edad máxima de un Universo cerrado, y dar una estimación de su valor asumiendo $\Omega_0=1.1$. **(4 puntos)**

2. Demostrar que el parámetro de Hubble puede escribirse en función de los parámetros de densidad obteniendo una expresión del tipo:

$$H = H_0 \left[\sum_i \Omega_{0,i} (1+z)^{3(1+\omega_i)} + (1-\Omega_0)(1+z)^2 \right]^{1/2}$$

donde ω es el coeficiente de la ecuación de estado $p = \omega \rho c^2$, siendo el subíndice "i" el identificador de cada una de las componentes del Universo (materia, radiación, energía oscura).

Utilizando la expresión anterior demostrar que la distancia de luminosidad es:

$$d_L = \frac{c(1+z)}{H_0 \sqrt{|1-\Omega_0|}} \text{sinn} \left\{ \sqrt{|1-\Omega_0|} \int_0^z \frac{dz'}{[\sum_i \Omega_{0,i} (1+z')^{3(1+\omega_i)} + (1-\Omega_0)(1+z')^2]^{1/2}} \right\} \quad \text{con}$$

$$\text{sinn}(x) \equiv \begin{cases} \sinh x & \text{si } \Omega_0 < 1 \\ x & \text{si } \Omega_0 = 1 \\ \sin x & \text{si } \Omega_0 > 1 \end{cases}$$

Esta ecuación es la relación utilizada por Garnavich et al. (1998) para encontrar la ecuación de estado seguida por la energía oscura. Según WMAP $\omega_\Lambda < -0.78$. **(3 puntos)**

3. La galaxia radio 8C 1435+63 está a $z=4.25$. Asumiendo una Cosmología de concordancia, estimar, en unidades adecuadas, las siguientes cantidades, comentando su significado:

a) La edad del Universo a este redshift. ¿A qué fracción de la edad actual equivale?

b) La distancia propia actual a 8C 1435+63.

c) La distancia propia a la radiogalaxia cuando la luz fue emitida.

d) La distancia de luminosidad a la galaxia.

e) La distancia del diámetro angular a la galaxia.

f) Si el tamaño angular del núcleo de 8C 1435+63 es $5''$, ¿cuál es su tamaño físico?

g) Si la galaxia fuera exactamente igual pero estuviera a $z=1$, ¿qué tamaño angular tendría?

Más información sobre 8C 1435+63, que podría ser un progenitor de una galaxia cD cercana, se puede encontrar en Spinrad, Dey & Graham (1995). **(3 puntos)**