

Problemas de Astrofísica Extragaláctica y Cosmología 2012/2013

1. Próxima Centauri (α Centauri C) es la estrella más cercana al Sol y es parte de un sistema triple. Las coordenadas J2000.0 son $(\alpha, \delta) = 14^{\text{h}}29^{\text{m}}42.95^{\text{s}} -62^{\circ}40'46.1''$. El miembro del sistema más brillante es Alpha Centauri (α Centauri A) tiene coordenadas $(\alpha, \delta) = 14^{\text{h}}39^{\text{m}}36.50^{\text{s}} -60^{\circ}50'02.3''$.
 - a) ¿Cuál es la distancia angular entre ambas estrellas?
 - b) Si la distancia a Próxima Centauri es 4.0×10^{16} m, ¿cuál es la distancia de esta estrella a Alpha Centauri?
2. ¿Qué valores de ascensión recta serían los mejores para observar desde un telescopio a latitud 40° en Enero?
3. ¿A qué distancia de una lámpara de 100 W es su flujo igual a la irradiancia del Sol?
4. El paralaje de Sirio es $0.379''$. Hallar la distancia a Sirio en pc, años-luz, AU y metros. Dar el módulo de distancia de Sirio. Determinar la magnitud bolométrica de Sirio conociendo que su temperatura efectiva es 9500 K y su tamaño angular son 5.936 mas. Compararla con la del Sol. Lo mismo para luminosidades. ¿Qué color tiene Sirio?
5. La misión espacial Hipparcos fue capaz de medir paralajes hasta $0.001''$. ¿A qué distancia tendría que estar una moneda de 10 céntimos de euro (1.9 cm de diámetro) para que tuviera un tamaño angular de $0.001''$?

Asumiendo que el césped crece 5 cm cada semana, ¿cuánto crece en un segundo?, ¿A qué distancia tendrías que estar para verlo crecer a $0.000004''$ (4 microarcsec) cada segundo? Esta es la resolución angular que intenta alcanzar SIM, una misión de NASA que será el nuevo Hipparcos. Gaia es una misión de ESA que quiere llegar a unos 300 microarcsec.
6. Una persona tiene unos 1.4 m^2 de piel, que está a unos 310 K. Considera una persona como un emisor perfecto en una habitación a 293 K.
 - a) Calcula la energía por segundo radiada por la persona en forma de emisión de cuerpo negro.
 - b) Determinar dónde está el pico de radiación de una persona.
 - c) Calcular la energía absorbida por la persona del medio ambiente (a 293 K), asumiendo que absorbe la energía del cuerpo negro correspondiente.
 - d) Calcular el flujo de energía neto para una persona en la habitación.
 - e) Sabiendo que el telescopio espacial *Spitzer* puede detectar densidades de flujo del orden de $1 \mu\text{Jy}$ a 3.6 micras, ¿a qué distancia detectaría una persona?
7. Usar las siguientes anchuras de los filtros UBV para determinar en qué filtros un fotómetro mediría que Vega es más brillante. Asumir $T_{\text{eff}} = 9600$ K, filtros cuadrados de la anchura dada y constante del sistema fotométrico igual a cero. Lo mismo para un CCD.

Filtro	λ_{central} (nm)	Anchura (nm)
U	365	68
B	440	98
V	550	89

8. En una cierta región de la nebulosa de Norteamérica la extinción de la radiación en el visual es 1.1 magnitudes. La extensión de la nebulosa es de 20 pc, y está localizada a 700 pc de la Tierra. Suponer que una estrella de la secuencia principal de clase espectral B se observa en la dirección de la nebulosa y la magnitud absoluta visual de la estrella se sabe que es $M_V = -1.1$ a través de datos espectroscópicos. No considerando cualquier fuente de extinción entre nosotros y la nebulosa:
- Encontrar la magnitud aparente visual de la estrella si está delante de la nebulosa.
 - Lo mismo si la estrella está detrás de la nebulosa.
 - Si no supiéramos de la existencia de la nebulosa, ¿a qué distancia creeríamos que está la estrella del apartado anterior? ¿Cuál sería el porcentaje de error en la distancia si no consideráramos la extinción de la nebulosa?
9. Una nube de HI produce una línea de 21 cm con una profundidad óptica en su centro $\tau_H = 0.5$ (la línea es ópticamente fina). La temperatura del gas es 100 K, la FWHM de la línea es 10 km/s, y la densidad atómica media de la nube es 10^7 m^{-3} . Hallar el tamaño de la nube en dirección de la línea de visión.
10. La magnitud absoluta de una cefeida de periodo P (en días) es:
- $$\bar{M} = -1.35 - 2.78 \times \log_{10}(P)$$
- En la Gran Nube de Magallanes se han resuelto estrellas de este tipo con magnitud aparente 15.54 y periodo 5 días. Calcular la distancia a esta galaxia.
 - Si el periodo de una cefeida varía entre 1.2 y 40 días, y asumiendo que podemos hacer observaciones profundas hasta magnitud 25, ¿cuál es la máxima distancia que podemos calcular con este método?
11. Supongamos que se observa una cefeida con un periodo de 30 días en M31. La magnitud aparente media es de 18.7. Usando la relación del problema anterior:
- Determinar la magnitud absoluta media y la distancia.
 - ¿Cuánto tiempo hace que la luz que incide en nuestro telescopio abandonó M31?
 - Si se pudiera volar instantáneamente a M31, ¿podríamos encontrar la cefeida observada?
 - Suponiendo que ha existido una confusión y la estrella observada es en realidad una RR Lyrae, ¿en qué factor se ha calculado erróneamente la distancia a M31?
 - ¿Y si fuera una estrella de tipo W Virginis?
12. La galaxia UCM2257+2438 (nombre basado en coordenadas B1950) ha sido observada tanto espectroscópicamente como fotométricamente. De estos datos se infiere una magnitud aparente $m_B = 15.6$, una absoluta $M_B = -19.1$, un $E(B-V) = 0.15$ y un $z = 0.014$. Considerar diferentes leyes de extinción para calcular el efecto de ésta en el módulo de distancia.
13. La base de datos SIMBAD nos da como datos de la galaxia Zwicky 456.053 el que tiene una anchura de emisión de 267 km/s al 20% de altura de la línea de HI de 21 cm. Calcular la magnitud absoluta aproximada de esta galaxia en todas las bandas fotométricas posibles.

14. Supongamos que todas las estrellas de una galaxia fueran M0V, cuya masa es $M=0.5 M_{\odot}$ y su luminosidad es $L_B=0.01 L_{B, \odot}$. Supongamos que a esa galaxia se añaden unas pocas estrellas B0V ($M=17 M_{\odot}$, $L_B=6 \times 10^3 L_{B, \odot}$). ¿Cuántas de éstas son necesarias para que la relación masa-luminosidad tenga un valor de 5, que es típico de galaxias irregulares o espirales tardías?
15. Supongamos que la luz de las galaxias fuera una simple mezcla de dos componentes:

Tipo de estrellas	muy jóvenes	muy viejas
B-V	-0.20	+0.95
U-B	-1.00	+0.55

Calcular y dibujar en el plano (U-B) vs. (B-V) los puntos correspondientes a tal mezcla. Superponer en dicho diagrama los puntos correspondientes a galaxias de diferentes tipos morfológicos y discutir los resultados.

Tipo de galaxia	I	Sc	Sbc	Sa-Sb	S0	E
B-V	+0.50	+0.52	+0.65	+0.85	+0.92	+0.95
U-B	-0.20	-0.10	+0.00	+0.25	+0.48	+0.50

16. La distribución radial de intensidad para las galaxias elípticas y los bulbos de galaxias espirales sigue, en primera aproximación, la ley de de Vaucouleurs:

$$I(r) = I_e 10^{-3.33[(r/r_e)^{1/4} - 1]}$$

siendo I_e la intensidad en el radio efectivo r_e (el radio en cuyo interior se encuentra la mitad de la luz total).

Análogamente, la distribución de luz para los discos de galaxias espirales sigue una ley de Freeman:

$$I(r) = I_0 e^{-r/d_L}$$

siendo I_0 la intensidad central y d_L la longitud de escala exponencial.

- Convertir ambas leyes empíricas de intensidad a magnitudes por segundo de arco al cuadrado y comentar las ventajas de tales transformaciones.
- Calcular el flujo total integrado de un bulbo que sigue la ley de de Vaucouleurs y de un disco que sigue la ley de Freeman.
- Un útil caracterizador morfológico del tipo de Hubble de las galaxias es la razón bulbo-disco B/D o bulbo-total (B/T) entre las luminosidades totales de las componentes de bulbo y disco de una galaxia. Obtener dicha razón y comentar su conexión con la morfología.
- Calcular las magnitudes aparente y absoluta de un bulbo que siga la ley de de Vaucouleurs y de un disco que siga la ley de Freeman.

Recordatorio:

$$\int_0^{\infty} z^n e^{-az} dz = \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}}$$

para $a > 0$, $n > -1$, siendo $\Gamma(n) = (n-1)!$ para $n > 0$ y entero.

17. Los halos de materia oscura se suelen modelar como esferas isoterma con un perfil de densidad de masa dependiente del radio y de 2 parámetros constantes (ρ_{core} y r_{core}):

$$\rho(r) = \frac{\rho_{core}}{1 + \left(\frac{r}{r_{core}}\right)^2}$$

- a) Encontrar una expresión para la curva de rotación de un disco (de masa despreciable) dentro de este halo de materia oscura.
 b) Discutir el límite de la velocidad de rotación a radios altos.

18. La densidad del halo de materia oscura de la MW se puede aproximar como:

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{r_c^2 + r_0^2}{r_c^2 + r^2}$$

Donde $\rho_0 = 0.0079 M_{\odot} pc^{-3}$ es la densidad local de materia oscura, $r_c=5$ kpc es una escala característica y $r_0=8.5$ kpc es la distancia galactocéntrica del Sol. Asumiendo que la masa del halo de materia oscura es $2 \times 10^{12} M_{\odot}$, calcular el radio del halo de materia oscura y compararlo con el radio del disco de la MW. Calcular la densidad de materia oscura para $r=0$ y compararlo con la densidad de masa inferida para el núcleo de la MW.

19. Con los datos que se dan a continuación, correspondientes al núcleo de una galaxia, calcular la contribución a la masa y a la luminosidad de cada tipo de estrella. Discutir el resultado.

Tipo de estrella	número	M/M _⊙	L/L _⊙
cúmulos globulares	1	100000	100000
Últimas GV	3.3x10 ⁵	0.9	0.6
K0V-K2V	4.3x10 ⁵	0.7	0.4
Intermedias KV	9.3x10 ⁵	0.6	0.3
Últimas KV	3.6x10 ⁶	0.5	0.1
Primeras MV	2.8x10 ⁷	0.4	0.01
Intermedias MV	2.8x10 ⁸	0.2	0.001
Subgigantes K	4.7x10 ⁴	1.2	6.0
G8III	2.7x10 ⁴	2.0	40
K0-III-K2III	2.8x10 ³	2.0	100
Intermedias KIII	4.0x10 ³	2.0	100
Últimas KIII-M0 III	1.2x10 ³	2.0	100
Primeras MIII	8.0x10 ²	2.0	800

20. Diversas teorías apuntaban a que las galaxias cD (galaxias dominantes de un cúmulo) acretaban una gran cantidad de gas proveniente del medio intracumular. Supongamos que la tasa de caída de gas es $100 M_{\odot}/\text{año}$ y que ha estado ocurriendo durante 10^{10} años. Si consideremos que a partir de ese gas solo se forman estrellas de baja masa, que podemos agrupar en tres tipos GV (masa: $0.8-1.0 M_{\odot}$), KV ($0.5-0.8 M_{\odot}$) y MV ($0.1-0.5 M_{\odot}$), y que la formación de estrellas a partir de ese gas es instantánea con una función inicial de masa del tipo:

$$\phi(m) = \phi_0 m^{-\alpha}$$

con $\alpha=2.35$.

- Deducir el número de estrellas de cada grupo que se han formado en los 10^{10} años de caída del gas.
- Suponiendo que la galaxia elíptica original (antes de la caída del gas) tenía $(B-V)=0.99$ y $M_V=-20.0$, calcular la magnitud M_V y el color $B-V$ de la galaxia resultante tras la formación estelar a partir del gas acretado. Discutir el resultado.

Datos: $M_{V,\odot}=4.84$

Grupo	B-V	M_V
GV	0.68	+5.1
KV	1.15	+7.4
MV	1.60	+12.3

21. La galaxia Mrk170 es una galaxia que muestra una intensa formación estelar. Sus luminosidades observadas en las líneas $H\alpha$ y $H\beta$ son:

$$L(H\alpha)=9.772 \times 10^{39} \text{ erg/s} \quad L(H\beta)=2.089 \times 10^{39} \text{ erg/s}$$

Suponiendo que estas líneas se originan en el gas ionizado por estrellas, y que son líneas de recombinación, estimar la tasa de formación estelar media, en masas solares por año, que se está produciendo en la galaxia. Utilizar para ello los datos de la tabla, suponiendo que las estrellas mueren después de abandonar la secuencia principal (en la que viven un tiempo t_{SP}). Tener en cuenta que las luminosidades observadas están afectadas por extinción interna, por lo que las luminosidades corregidas de extinción vendrán dadas por

$$L_{\text{corregida}} = L_{\text{observada}} \times 10^{0.4E(B-V)k(\lambda)}$$

donde $E(B-V)$ es el exceso de color, $k(\lambda=H\alpha)=2.44$, $k(\lambda=H\beta)=3.68$. Típicamente se asume que el cociente entre los flujos emitidos (antes de verse afectados por la extinción) por las líneas de $H\alpha$ y $H\beta$ verifican (para $T_e=10^4$ K, $n_e=10^2 \text{ cm}^{-3}$ y recombinación en el caso B):

$$F_{H\alpha}/F_{H\beta}=2.86$$

Para la IMF asumir una ley de Salpeter con pendiente $\alpha=-2.35$ y normalizada empleando como límites inferior y superior 0.10 y $75 M_{\odot}$.

Suponer además los siguientes coeficientes de recombinación (en $\text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$):

$$\sigma_{\text{caso B}}=2.6 \times 10^{-13}$$

$$\sigma_{H\alpha}=1.16 \times 10^{-13}$$

$$\sigma_{H\beta}=3.03 \times 10^{-14}$$

Tipo espectral	B3	B1	B0.5	B0	O9.5	O9	O5
$m (M_{\odot})$	6.0	8.0	15.0	20.0	30.0	40.0	60.0
t_{SP} (Gyr)	0.05	0.03	0.01	0.008	0.006	0.004	0.003
$\log(N_{Lyman})$	43.69	45.29	46.23	47.36	47.84	48.08	49.62

N_{Lyman} es el número de fotones Lyman (aquellos que tienen una energía superior a 13.6 eV, es decir, capaces de ionizar el hidrógeno neutro).

Nota: en los cálculos es necesario sustituir una integral en masa por un sumatorio. En dicha aproximación se pasa de dm a Δm . Para el cálculo de Δm en el caso de estrellas menos masivas es necesario asumir un límite inferior de masa, que puede tomarse como $4 M_{\odot}$. De forma análoga, para las estrellas más masivas puede tomarse como límite para el cálculo de Δm un valor de $75 M_{\odot}$. Estos dos números no son críticos.

22. Encontrar la densidad de masa debida a las galaxias, suponiendo que todas ellas tienen una masa de $10^{11} M_{\odot}$ y que existe un promedio de una galaxia por 75 Mpc^3 . Hallar una dependencia entre el número total de galaxias que se pueden detectar con un flujo observado en Tierra por encima de un valor dado F_0 en función de la magnitud absoluta.

23. La energía potencial de una galaxia elíptica se puede expresar como

$$\Omega = -0.34 \frac{G M^2}{R_{1/2}} \left(\frac{b}{a}\right)^{2/3}$$

donde M es la masa de la galaxia, $R_{1/2}$ es el radio de la isofota tal que en la región $r < R_{1/2}$ se emite la mitad de la luminosidad de la galaxia, y b/a es la razón de los semiejes (todas las unidades están en el sistema CGS). Sabemos que para la galaxia NGC7332 (E6 o E7) $b/a=0.4$, $R_{1/2}=1.4 \text{ kpc}$ (según el eje menor) y $R_{1/2}=3.5 \text{ kpc}$ (eje mayor). Su dispersión de velocidades es $\sigma=140 \text{ km/s}$. Aplicando el Teorema del Virial, estimar la masa de la galaxia.

24. Considerar un modelo de galaxia sencillo en el que la mayor parte de la masa se halla concentrada en un núcleo esférico de densidad constante. Mostrar que la velocidad orbital $v(r)$ de una estrella a una distancia r del centro es:

- Proporcional a r si $r \leq R$, con R siendo el radio del núcleo.
- $v(r)$ es proporcional a $r^{-1/2}$ si $r > R$.

25. La radiogalaxia VV72, también conocida como Cygnus A, tiene una densidad de flujo radio observada de $2.18 \times 10^{-23} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ a una frecuencia de 10^3 MHz . Su desplazamiento al rojo es $z=0.170$.

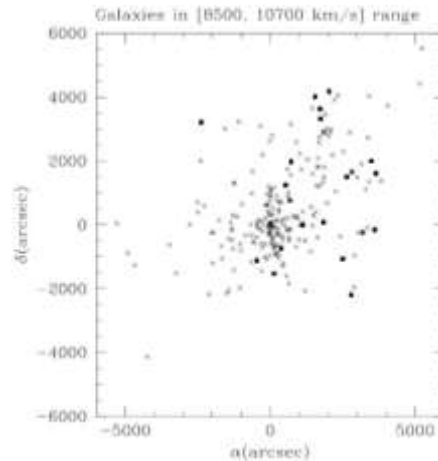
- Si la radiación es recibida a 10^3 MHz , ¿a qué frecuencia fue emitida por Cygnus A?
- ¿Cuál es la distancia a Cygnus A? (usar como constante de Hubble $H_0=70 \text{ km/s/Mpc}$).
- ¿Cuál es la luminosidad radio de esa galaxia a 10^3 MHz ?
- Para obtener la luminosidad radio integrada debemos multiplicar el resultado del apartado anterior por el ancho de banda $\Delta\nu$ de nuestro detector (o en el que estamos interesados). Asíumase $\Delta\nu=10^4 \text{ Hz}$ y calcúlese la luminosidad en radio frecuencias.
- Calcular la masa mínima de hidrógeno que debe ser convertida en helio por segundo para producir dicha luminosidad.
- Si Cygnus A continua radiando de esta forma durante 10^8 años, calcular las masas solares de hidrógeno que serían convertidas en helio. Expresar este resultado en términos de la masa de la Vía Láctea ($10^{11} M_{\odot}$).

26. Una galaxia Seyfert está situada a 190 Mpc y emite un flujo de la línea H β que recibido en la Tierra resulta $F(\text{H}\beta)=2.8 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Si suponemos $N_e=N_p=10^9 \text{ cm}^{-3}$, calcular la masa y el volumen de gas ionizado que origina esta línea.

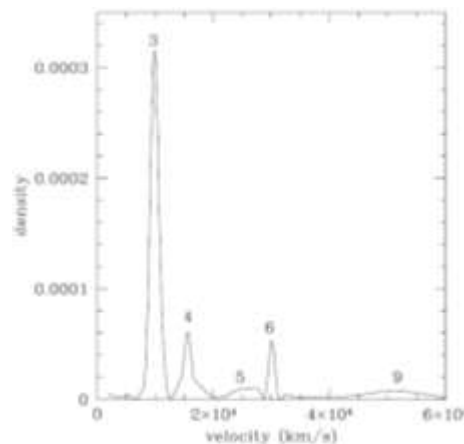
27. El cúmulo A496 tiene una distancia de recesión de 9885 km/s.

a) ¿Cuál es su redshift? ¿Cuál es su distancia de luminosidad? ¿Cuál es su distancia de diámetro angular? Comparar los valores obtenidos para una Cosmología de concordancia y con una ley de Hubble simple. Dar los resultados en función de h_{70} .

b) La figura adjunta muestra la distribución angular de las galaxias más brillantes de A496 (Durret et al. 2000). Estimar el radio del cúmulo.



c) La figura siguiente muestra la distribución de velocidades de recesión de las galaxias en la dirección visual de A496. La acumulación cerca de 9885 km/s es el cúmulo. La anchura de esta acumulación nos da una dispersión de velocidades en la dirección radial de 715 km/s. Calcular la masa virial de A496.



d) El flujo en el óptico de A496 es $3.06 \times 10^{-9} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$. Asumiendo una relación masa-luminosidad de (masa estelar), estimar la densidad de masa estelar en el cúmulo ρ_{m^*} y el valor de Ω_{m^*} .

e) El espectro rayos-X del A496 nos proporciona la temperatura de su ICM: 4 keV. ¿Cuál sería la densidad electrónica del gas en el ICM de este cúmulo si la masa de gas fuera de $1.4 \times 10^{13} M_{\odot}$ en una zona del cúmulo de radio 0.7 Mpc? ¿Qué flujo rayos-X deberíamos observar?

28. ¿Cuántos átomos de hidrógeno deberían crearse por metro cúbico para que la densidad del Universo en expansión permanezca constante e igual a un valor de $0.92 \times 10^{-26} \text{ kg m}^{-3}$ (densidad crítica actual)?
29. La teoría de la Relatividad Especial nos dice que no hay forma de moverse a velocidad mayor que la de la luz. Según la definición clásica del desplazamiento al rojo hay galaxias y cuásares que violan esta ley.
- Derivar la relación relativista exacta entre v (velocidad) y z (redshift).
 - Construir una tabla con las velocidades de alejamiento clásica y relativista según diferentes desplazamientos al rojo.
30. Suponiendo que el Sol dista del centro de la galaxia 30000 años-luz y que tarda 2×10^8 años en dar una vuelta completa a la misma: ¿cuál es el desplazamiento al rojo que observaría un supuesto extraterrestre que mirase nuestra galaxia de cara por el hecho de existir un movimiento en dirección perpendicular a la dirección del observador?
31. ¿Cuál debe ser la densidad crítica para que una galaxia típica pueda tener la velocidad de escape del Universo?
32. La luminosidad de una galaxia típica en el Universo local es $2h_{70}^{-2} \times 10^{10} L_{\odot}$ y la energía típica de un fotón óptico es 2 eV. Cuál es el flujo de fotones (en $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$) de una galaxia a redshift z (contar con que $z \ll 1$ y se puede aplicar la ley de Hubble).
33. La densidad de luminosidad del Universo es $1.2h_{70} \times 10^8 L_{\odot} \text{Mpc}^{-3}$. Suponiendo que la luz emitida por las estrellas ha sido aproximadamente constante durante un tiempo de Hubble, calcular el número de fotones estelares (2 eV) que han sido producidos por las estrellas. Comparar con los fotones de la CMB (calculados en clase).
34. Suponer un Universo plano compuesto únicamente por algo que tiene una densidad ρ y una presión p , ligadas ambas por una ecuación de estado de la forma:
- $$p = (\gamma - 1)\rho c^2$$
- con γ una constante tal que $0 < \gamma < 2$. (Nota: no tener en cuenta la constante cosmológica)
- Dar una expresión para la evolución de la densidad del Universo en función del redshift.
 - Dar una expresión para la evolución temporal del parámetro de escala.
 - Dar una expresión para la evolución temporal de la densidad del Universo.
 - Para $\gamma=1/3$, ¿cómo era la densidad del Universo a redshift $z=4$ comparado con la densidad a $z=0$?
 - Asumiendo $h_{100}=0.7$ y $\gamma=1/3$, calcular la densidad en el Universo local (en unidades de masa y de energía) y comentar el resultado. A $z=4$, ¿qué constante de Hubble se mediría? ¿Cómo estaría cambiando la velocidad de la expansión a ese redshift?
35. Suponer un Universo donde la vida media del neutrón fuera 100 s en vez de los 614 s reales. Estimar la abundancia de helio una vez terminada la época de la nucleosíntesis, considerando que eso se produce 340 s después del Big Bang y el equilibrio térmico entre protones y neutrones se alcanzó 2 s después del Big Bang a una temperatura de $T=9.3 \times 10^9 \text{ K}$.

36. Asumir un Universo de de Sitter vacío ($k=0$, $\rho_r=\rho_m=0$, $\Lambda=\text{cte}$) y contestar a las siguientes cuestiones:
- Derivar una expresión para la variación temporal del factor de escala $a(t)$ en función del parámetro Λ .
 - Durante la fase inflacionaria del Universo (asumir que se produjo entre un tiempo $t_1=10^{-36}$ s y $t_2=10^{-34}$ s después del Big Bang) el Universo se expandió enormemente. En esta fase dominaba la constante cosmológica y el Universo de de Sitter vacío es una buena aproximación. Si se asume que el Universo creció un factor 10^{50} en el periodo inflacionario (con la duración dada antes), calcular el valor de Λ .
 - ¿Cómo se compara este valor de Λ con el medido actualmente si asumimos que $\Omega_\Lambda=0.7$ y $H_0=70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$? ¿Cómo explicarías esta diferencia?